# Chap XII : Étude d'un dipôle RC

## I. L'intensité du courant électrique.

***Ressource : Vidéo 12a***

### 1°- Les différents régimes en électricité.

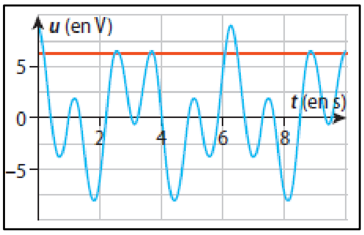


Fig a

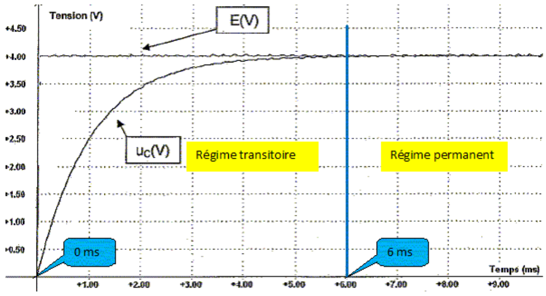


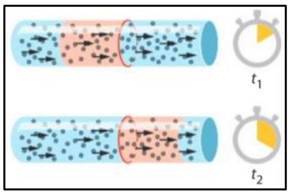
Fig b

En électricité, ***le régime est variable*** quand ***les tensions et intensités de courants dépendent du temps*** (Fig a, courbe bleue). Lorsque ces grandeurs gardent des ***valeurs constantes***, on parle de ***régime permanent*** ou continu (Fig b, courbe rouge). Lorsqu'une grandeur passe d'un régime permanent à un autre, on parle de ***régime transitoire*** (Fig b).

On distingue les grandeurs associées à un régime ***variable*** par des lettres ***minuscules*** ($u_{AB}$ et $i$) et celles associées à un régime ***permanent*** par des lettres ***majuscules*** ($U_{AB}$ et $I$).

### 2°- L'intensité du courant électrique.

L'intensité du courant représente un ***débit de charge électrique***.




En régime permanent

L'intensité du courant $I$ est constante et correspond à la quantité ***moyenne*** de charges $Q$ ayant traversé la section d'un conducteur pendant une durée $\Delta t$.

$$\boxed{I = \frac{Q}{\Delta t}}$$

I en A ; Q en C ; Δt en s

En régime variable

L'intensité *i(t)* dépend du temps, elle n'est pas constante. Le débit de charges est donc variable. Si on note *q(t)* la charge électrique passant, en un point et dans un sens donné, entre un instant t et un instant t + Δt, on définit l'intensité par :

$$i(t) = \frac{q(t+\Delta t) - q(t)}{\Delta t}$$

Si on fait tendre la durée $\Delta t$ vers 0, l'expression de i(t) s'identifie alors à la dérivée temporelle de la charge q(t) :

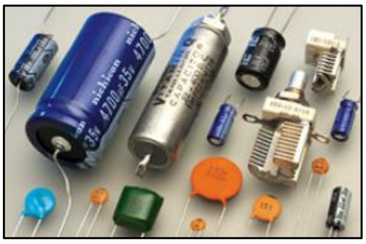
L'intensité correspond alors au ***débit instantané de la charge électrique***.

$$\boxed{\boldsymbol{i(t) = \frac{dq(t)}{dt}}}$$

## II. Le condensateur

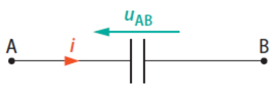
***Ressource : Vidéo 12a***

### 1°- Définition



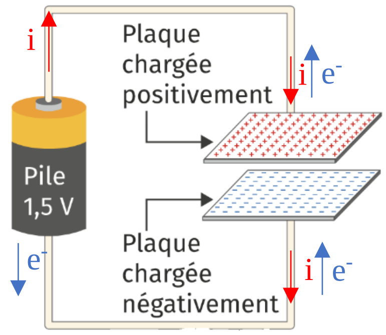
Un condensateur est un ensemble de deux surfaces ***conductrices*** (armatures) en regard l'une de l'autre séparées par un matériau ***isolant*** appelé ***diélectrique***.

Son symbole électrique est :
Il se flèche en convention générateur



## 2°- Fonctionnement d'un condensateur

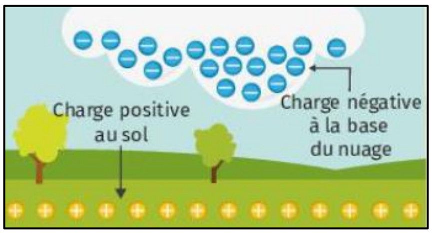
***Ressource : Animation n°1 (choisir capacitance et faire varier la tension fournie par la pile à l'aide du curseur)***




***Lorsqu'une tension électrique est appliquée aux bornes du condensateur***, initialement déchargé ($u_c$ = 0 V), ***un courant électrique circule***, des électrons partent de l'une des armatures et circulent dans le circuit. Cette armature possède donc un ***défaut d'électrons*** et se charge ***positivement***. Les électrons arrivent sur l'autre armature, en provenance du circuit. Cette armature accumule donc un ***excès d'électrons*** et porte une charge ***négative*** : On dit que <u>***le condensateur se charge***</u>***.***
Les deux armatures d'un condensateur portent des charges électriques opposées. Le condensateur est électriquement neutre à tout instant.

***Pendant la charge*** du condensateur, ***un courant électrique circule*** jusqu'à ce que la tension aux bornes du condensateur soit égale à celle de la pile : C'est le régime <u>***transitoire***</u>.
***Lorsque le condensateur est chargé*** ($u_c$ = $U_{pile}$) le ***courant cesse de circuler***. Le condensateur constitue alors un réservoir d'énergie électrique qu'il a stocké sous forme de charges électriques de signe opposé : il a un ***comportement capacitif***.
Il est capable de restituer cette énergie sous forme de déplacement de charges une fois branché dans un autre circuit. (voir vidéo bonus sur Pearltrees)

*Remarque : Si l'isolant entre les armatures est parfait, le courant électrique ne traverse pas le condensateur.*
*Si un condensateur est soumis à une tension électrique trop forte, il « claque », c'est-à-dire que sont isolant est perforé et laisse passer les charges. Il n'a alors plus de comportement capacitif et il est détérioré.*
*Un condensateur naturel se constitue lors d'un orage, entre un nuage et le sol. Si la différence de charges est trop importante, un arc électrique se déclenche : c'est l'éclair.*



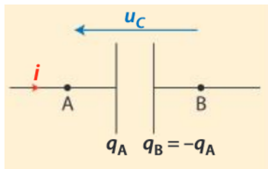

## 3°- Capacité du condensateur

L'aptitude d'un condensateur à accumuler des charges sous l'influence d'une tension est caractérisée par sa ***capacité***, notée ***C***, exprimée en ***farads*** (***F***).

À tout instant la charge $q_A$ de l'armature A d'un condensateur est proportionnelle à la tension $u_C$ à ses bornes :

$$\boxed{q_A = C \times u_C}$$

$q_A$ en C ; C en F ; $u_C = u_{AB}$ en V




La capacité d'un condensateur dépend de la ***surface S*** des armatures, de la ***distance d*** qui les sépare et de la nature de ***l'isolant***. Plus la capacité est élevée et plus le condensateur peut emmagasiner de l'énergie.

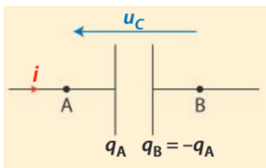
<u>Remarque</u> *: A l'exception des supercondensateurs dont les capacités sont de l'ordre de 100 F, celles des condensateurs usuels sont plutôt comprises* ***entre quelques nanofarads et quelques microfarads***.

On peut alors en déduire une relation entre le courant électrique et la tension aux bornes du condensateur.

À tout instant la ***relation courant-tension*** pour un condensateur s'exprime :

$$i = \frac{dq_A}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$$

$q_A$ en C ; $u_C$ en V ; $i$ en A ; C en F ; $t$ en s



### 4°- Utilisation des condensateurs : Capteurs capacitifs

***Un capteur capacitif utilise les modifications du champ électrique à l'intérieur d'un condensateur. Ce champ est modifié dès lors que la tension aux bornes du condensateur l'est donc que sa capacité l'est (sous l'effet de la modification de la distance entre les armatures ou de la modification de la nature de l'isolant) ou sous l'effet de la charge ou de la décharge du condensateur.***

*Ex* : ***Capteur de remplissage*** (la capacité est modifiée par le niveau de l'eau entre les armatures)
***Ecran tactile*** (la capacité est modifiée par le passage de charges électriques entre le doigts et l'écran)
***Déclénchement d'un air-bag*** (Lors d'un choc la distance entre les armatures d'un consensateur peut être modifiée)

# III. Étude du dipôle RC série.

***Ressource : Vidéo 12b*** / Animation 2 (simulation de l'évolution de la tension aux bornes du condensateur)

On appelle *circuit RC série* l'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R. On parle aussi de **dipôle RC**.

L'étude de l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur dans un circuit RC nécessite d'établir et de résoudre une équation différentielle avec second membre.

**Point Maths :**

Une équation différentielle avec second membre est une équation mettant en jeu une fonction, sa dérivée et un second membre non nul, soit une équation du type $y'(x) - ay(x) = b$ où b est appelé le second membre.

En mathématique, on l'écrira $\boldsymbol{y'(x) = ay(x) + b}$ avec a ≠ 0

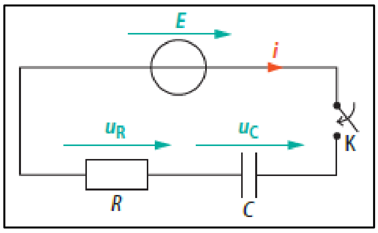
Cette équation admet pour solution la fonction $y(x)$ telle que : $\boxed{\boldsymbol{y(x) = K.e^{ax} - \frac{b}{a}}}$

**où K est une constante qui dépend des conditions initiales**

Rappel : $\ln(e^x) = x$

### 1°- Évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa CHARGE.

Établissement de l'équation différentielle




- Application de la loi des mailles au circuit pour t > 0 s : $u_R(t) + u_C(t) = E$
- Application de la loi d'Ohm au conducteur ohmique : $u_R(t) = R \times i(t)$
- Utilisation de la relation courant-tension pour le condensateur $i(t) = C \times \frac{du_C(t)}{dt}$

On obtient l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension aux bornes du condensateur lors de sa charge :

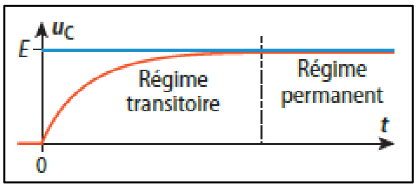
$R.C.\frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = E$ soit $\boxed{\boldsymbol{\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{u_C(t)}{RC} + \frac{E}{RC}}}$

Solution de l'équation différentielle

*Pour une équation différentielle linéaire à coefficients constants de la forme y' = ay + b*
*La solution générale de l'équation est de la forme :* $y(t) = Ke^{at} - \frac{b}{a}$

Par identification : $a = -\frac{1}{RC}$ et $b = \frac{E}{RC}$ K est déterminé grâce aux ***conditions initiales (à t = 0 ; $u_C$ (0) = 0 ).***

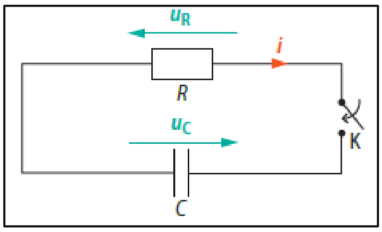
On obtient alors K = -E et $\boxed{u_C(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$




La courbe de l'évolution de la tension $u_C$ en fonction du temps est illustrée ci-contre. On constate l'existence d'un régime ***transitoire***, où la tension varie, suivi d'un régime ***permanent***, où elle peut être considérée comme constante.

## 2°- Évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa décharge.

<u>Établissement de l'équation différentielle</u>




- Application de la loi des mailles au circuit pour t > 0 s : $u_R(t) + u_C(t) = 0$
- Application de la loi d'Ohm au conducteur ohmique : $u_R(t) = R \times i(t)$
- Utilisation de la relation courant-tension pour le condensateur $i(t) = C \times \frac{du_C(t)}{dt}$

On obtient l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension aux bornes du condensateur lors de sa décharge :

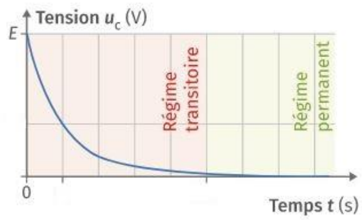
$R.C.\frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = 0$ soit $\boxed{\frac{du_c(t)}{dt} = -\frac{u_c(t)}{RC}}$

<u>Solution de l'équation différentielle</u>

*Pour une équation différentielle linéaire à coefficients constants de la forme y' = ay + b*
*La solution générale de l'équation est de la forme :* $y(t) = Ke^{at} - \frac{b}{a}$

Par identification : $a = -\frac{1}{RC}$ et $b = 0$ K est déterminer grâce aux ***conditions initiales (à t = 0 ; u<sub></sub>C(0) = E)*** .

On obtient alors K = E et $\boxed{u_C(t) = E \times e^{-\frac{t}{RC}}}$




La courbe de l'évolution de la tension $u_C$ en fonction du temps est illustrée ci-contre. La tension aux bornes d'un condensateur initialement chargé diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

## 3°- Temps caractéristique

Les équations précédentes montrent que $u_C(t)$ dépend du produit R x C, que ce soit lors de la charge ou lors de la décharge. Ce produit est homogène à un temps (voir livre p 431).

> Le ***temps caractéristique*** (ou constante de temps) $\boldsymbol{\tau}$ de la charge ou de la décharge d'un dipôle RC est défini par
>
> $$\underbrace{\tau}_{\text{en s}} = \underbrace{R}_{\text{en }\Omega} \times \underbrace{C}_{\text{en F}}$$

- Plus $\tau$ est grand, plus la durée de charge $\Delta t_{charge}$ ou de décharge $\Delta t_{décharge}$ est grande.
- On considère qu'un condensateur est complètement chargé (ou complètement déchargé) après une durée égale à $5\tau$.
- Pour la charge, $u_C(\tau) \approx 0{,}63 \times E$
  et pour la décharge, $u_C(\tau) \approx 0{,}37 \times E$

Il est possible de **déterminer $\tau$ graphiquement** grâce à ***deux méthodes***, exploitant la solution de l'équation différentielle de charge ou de décharge. (voir ci-contre)

**Exemple de détermination de $\tau$ par lecture graphique ou par tracé de la tangente à l'origine**

Dans le cas de la charge du dipôle *RC* initialement déchargé, la solution de l'équation différentielle est :

$$u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{R \times C}}\right)$$

Pour $t = \tau = R \times C$, on obtient :

$$u_C(\tau) = E \times (1 - e^{-1}) = E \times (1 - 0{,}37) = 0{,}63E$$