Chap IV : Introduction à la mécanique Newtonienne

I. La cinématique : La description du mouvement.

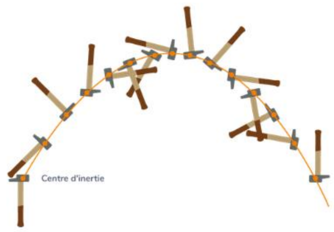
On appelle cinématique, l'étude du mouvement indépendamment de ces causes.

***Ressources* : Vidéo V04a + livre p 221/222**

1°- Système et référentiel

- Le ***système*** est l'objet étudié, il se note entre accolades et doit être défini AVANT toute étude de mouvement. Ex : {Marteau}

En mécanique du point, on s'intéresse uniquement au mouvement d'un point particulier, appelé **centre de masse ou centre d'inertie** et noté **G**. C'est le point du système qui a le mouvement le plus simple.



Le mouvement du centre d'inertie du marteau est représenté par la trajectoire parabolique. Tous les autres points ont des trajectoires plus complexes

- Le ***référentiel*** est le solide de référence, il sert de point de vue à l'étude du mouvement qui ne peut donc être décrit qu'après avoir un référentiel.
  À chaque référentiel est associé :
  - Un ***repère d'espace*** (repère cartésien : (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)
  - Une ***horloge*** qui fixe l'origine des dates et la mesure du temps au cours du mouvement.

On utilise généralement 2 types de référentiels :

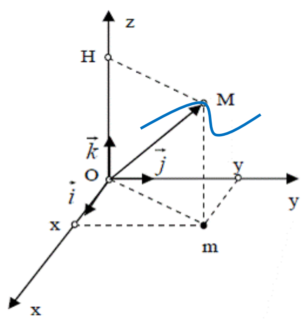
Les référentiels terrestres : Le solide de référence est le sol terrestre ou tout objet fixe par rapport au sol.

Les référentiels astrocentriques : Le solide de référence est le centre de l'astre considéré.

Ex : Référentiel géocentrique (mouvement des satellites) ou référentiel héliocentrique (mouvement des planètes)

Pour étudier le mouvement d'un point G au cours du temps dans un référentiel choisi, on va s'appuyer sur trois grandeurs : vecteur position, vecteur vitesse et vecteur accélération.

2°- Vecteur position $\overrightarrow{OM}$



Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ est le vecteur reliant le centre O du repère associé au référentiel et le point M où se trouve le centre d'inertie G du système.

Dans un repère cartésien, le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OM} = x.\vec{\imath} + y.\vec{\jmath} + z.\vec{k}$
Si le système est en mouvement, x, y et z sont des fonctions du temps et le vecteur position aussi.

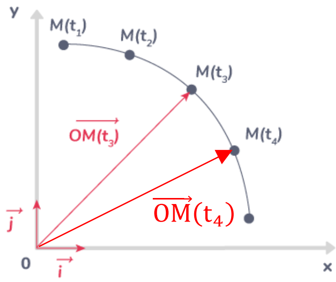
Soit $\boldsymbol{\overrightarrow{OM(t)}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x(t)} \\ \boldsymbol{y(t)} \\ \boldsymbol{z(t)} \end{pmatrix}$

- ***La trajectoire est l'ensemble des points M de coordonnées (x, y, z) occupés par le système au cours du temps.*** *Ex : y = f((x, z) ou y(x,z)*
- ***Les équations correspondant à x(t), y(t) et z(t) sont appelées équations horaires du mouvement.*** *Rem : x(t) signifie x = f(t)*

EXEMPLE On enregistre les positions, toutes les secondes, du TGV lancé par rapport au sol terrestre.

t (s)	0	1	2	3	4
x (m)	0	100	200	300	400
y (m)	2	2	2	2	2

On modélise $\overrightarrow{OM}(t) = \begin{cases} x(t) = 100t \\ y(t) = 2 \end{cases}$



3°- Vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(t)}$

Si le vecteur position change au cours du temps, c'est que le système a une vitesse.

- Vecteur vitesse moyenne au point i : $\vec{V_i} = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM_i}}{\Delta t}$
- Vecteur vitesse instantanée au point i : $\vec{V_i}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM_i}}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\overrightarrow{OM_i}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM_i}(t)}{\Delta t}$

Rappel mathématiques :
$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$
où f'(x) est la dérivée de f(x) par rapport à x.

En physique,
la dérivée de f(x) par rapport à x se note $\dfrac{df(x)}{dx}$

Le vecteur vitesse instantanée à l'instant t est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur position à cet instant.

Le vecteur vitesse à un instant t est défini par
$$\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$$

Propriété de la dérivée

Le vecteur vitesse est donc toujours ***tangent à la trajectoire*** et dirigé ***dans le sens du mouvement***.

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x = \dfrac{dx}{dt} \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} \\ V_z = \dfrac{dz}{dt} \end{pmatrix}$$

Où x, y et z sont des fonctions du temps.

Le vecteur vitesse est caractérisé par :
- Sa direction tangente à la trajectoire.
- Le même sens que le mouvement.
- L'origine au point considéré.
- Une valeur en $m.s^{-1}$

La ***valeur de la vitesse*** est donnée par la norme du vecteur. $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$

EXEMPLE Retour sur le cas du TGV.

$$\overrightarrow{OM}(t) \begin{cases} x(t) = 100t \\ y(t) = 2 \end{cases}$$

donc le vecteur vitesse du TGV s'exprime par :

$$\vec{v}_{TGV}(t) \begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} = 100 \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} = 0 \end{cases}$$

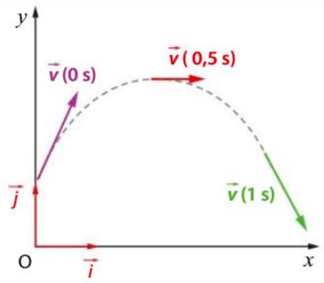
La vitesse est constante et sa valeur est alors :

$$v_{TGV} = \sqrt{(100^2 + 0^2)} = 100\,m \cdot s^{-1}$$

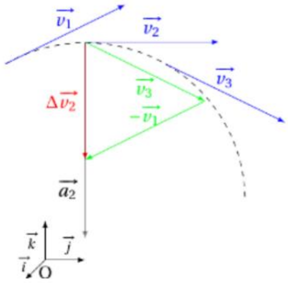
EXEMPLE Mouvement en deux dimensions d'une balle

Soit le vecteur vitesse de la balle :

$$\vec{v}(t)\begin{cases} v_x(t) = 2 \\ v_y(t) = -10t+5 \end{cases}$$



Si l'une des caractéristiques (direction, sens, valeur) du vecteur vitesse change, c'est que le système subit une accélération.



4°- Vecteur accélération : $\vec{a}$

L'accélération rend compte de la variation du ***vecteur*** vitesse au cours du temps.

- Le vecteur accélération moyenne au point i est donnée par $\vec{a_i} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta V_i}}{\Delta t}$

Attention ! Si V_i = cste mais que la direction du vecteur change, $\overrightarrow{\Delta V}_i \neq \vec{0}$ ***donc*** $\vec{a_i} \neq \vec{0}$

- Le vecteur accélération instantanée au point i : $\vec{a_i}(t) = \lim\limits_{\Delta t -> 0} \dfrac{\overrightarrow{\Delta V_i}(t)}{\Delta t}$

Le vecteur accélération instantanée est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse au même instant.

Le vecteur accélération à un instant t est défini par

$$\boldsymbol{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}(t)}{dt}}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} \\ a_z = \dfrac{dV_z}{dt} \end{pmatrix}$$

Où Vx, Vy et Vz sont des fonctions du temps.

Le vecteur accélération est caractérisé par :

- **Sa direction parallèle au vecteur $\Delta\vec{v}$**
- **Le même sens que le vecteur variation de vitesse.**
- **L'origine au point considéré.**
- **Une valeur en m.s^{-2}**

La ***valeur de l'accélération*** est donnée par la norme du vecteur. $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

EXEMPLE Une moto au démarrage en mouvement horizontal a pour équations horaires :

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{cases} x(t) = 7t^2 \\ y(t) = 1 \end{cases}$$

On obtient le vecteur vitesse $\vec{v}$ de la moto en dérivant $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps t.

$$\vec{v}(t)\begin{cases} v_x(t) = 14t \\ v_y(t) = 0 \end{cases}$$

On obtient le vecteur accélération $\vec{a}$ en dérivant $\vec{v}$ par rapport au temps t.

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 14 \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt} = 0 \end{cases}$$

L'accélération est constante et sa valeur est alors : $a = \sqrt{(a_x^2 + a_y^2)} = \sqrt{(14^2 + 0^2)} = 14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Attention ! Une accélération existe si le vecteur vitesse change : - Soit en valeur
- Soit en direction

II. Exemples de mouvements.

Un mouvement est ***rectiligne*** si sa ***trajectoire*** est une ***droite***.

Un mouvement est ***circulaire*** si sa ***trajectoire*** est un ***cercle***

Un mouvement est uniforme si la **valeur** de sa **vitesse** reste **constante**.

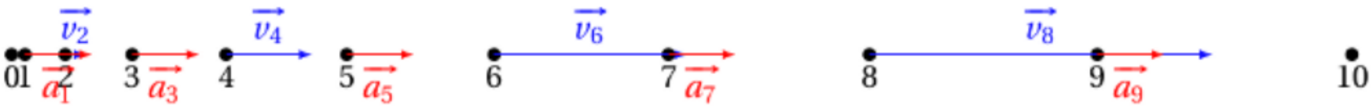
1°- Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Dans un mouvement rectiligne uniforme, la valeur de la vitesse est constante et la trajectoire est une droite, donc la direction du vecteur vitesse ne change donc pas et le vecteur vitesse reste constant, donc l'accélération est nulle.

$$\boxed{\textbf{MRU} \qquad \vec{V}(t) = \vec{V}_0 \ \ \textbf{et} \ \ \vec{a} = \vec{0}}$$

2°- Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Dans un mouvement rectiligne uniformément varié, la trajectoire est une droite, donc la direction du vecteur vitesse ne change mais la valeur de la vitesse varie linéairement avec le temps, donc l'accélération n'est pas nulle et est constante.



$$\boxed{\textbf{MRUV} \qquad \vec{a} = \vec{a}_0 \quad \textbf{et} \quad \mathrm{V}(t) = a_0 \times t + V_0}$$

Si $\vec{a}$ ***est dans le même sens que*** $\vec{V}$, V augmente et le mouvement est ***uniformément accéléré***.
Si $\vec{a}$ ***est dans le sens opposé à*** $\vec{V}$, V diminue et le mouvement est ***uniformément ralenti (ou décéléré)***.

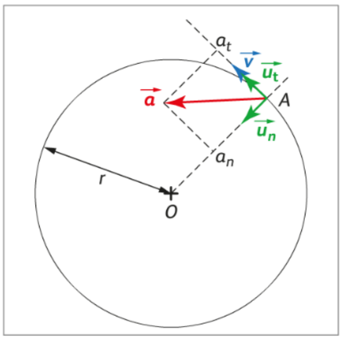
3°- Mouvements circulaires

a- Repère de Frenet

Pour étudier un mouvement circulaire, on se place dans un repère lié au système, appelé ***repère de Frenet et dont l'origine est située <u>sur</u> le système étudié***.

Les vecteurs unitaires sont tels que :

| $\vec{u}_t$ est tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.
| $\vec{u}_n$ est perpendiculaire à $\vec{u}_t$ et orienté vers le centre du cercle.



Vitesse et accélération dans le repère de Frenet.

b- Mouvement circulaire

Pour un mouvement circulaire, dans le repère de Frenet (A, $\vec{u}_t$, $\vec{u}_n$) on a :

$\overrightarrow{V_A}(t) = V(t).\vec{u}_t$ soit

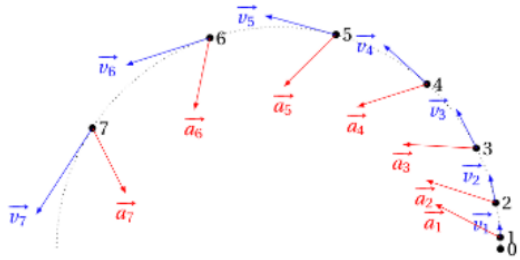
$\vec{a}_A(t) = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = \frac{dV}{dt}\,\vec{u}_t + \frac{V^2(t)}{r}\,\vec{u}_n$ soit

MC

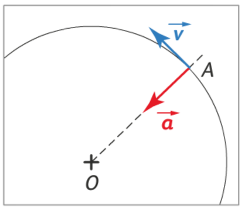
$$\overrightarrow{V_A}(t)\begin{cases} V_t = V(t) \\ V_n = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a}_A(t)\begin{cases} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r} \end{cases}$$

Rem : $a_n > 0$. Le vecteur accélération est toujours orienté vers l'intérieur du cercle : On dit qu'il est **centripète**.



c- Mouvement circulaire uniforme.



Dans un mouvement circulaire uniforme, v = cste, donc $\frac{dv}{dt} = 0$ soit $a_t = 0$.

Le vecteur accélération n'a donc qu'une composante, il est confondu avec le rayon du cercle : On dit qu'il est **radial**.

Le vecteur accélération d'un point A en mouvement circulaire uniforme est radial et centripète et a pour valeur $a = \frac{v^2}{r}$

MCU

V = cste (Attention $\vec{V}$ n'est pas constant !!)

$\vec{a}$ est radial et centripète sa valeur est $a = a_n = \frac{V^2}{r}$

Attention : *$\vec{a}$ et $\vec{V}$ ne sont pas constants* !

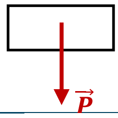
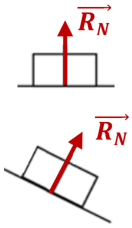
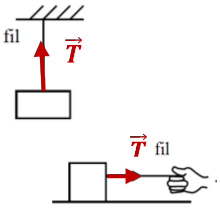
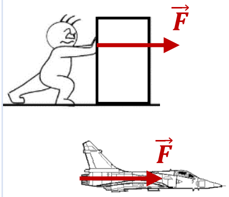
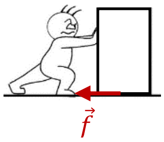
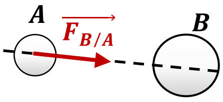
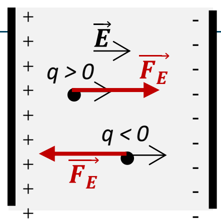
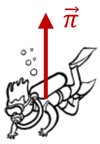
La dynamique s'intéresse au mouvement des corps et à leur cause, c'est-à-dire à la relation entre mouvement et forces. Elle repose uniquement sur 3 lois, énoncées par Newton.

III. La dynamique : l'étude des causes du mouvement.

***Ressources* : Vidéo V04b + livre p 223**

La dynamique s'intéresse au mouvement des corps et à leur cause, c'est-à-dire à la relation entre mouvement et forces. Elle repose uniquement sur 3 lois, énoncées par Newton.

1°- Les forces usuelles en physique.

Nom de la force	Agit sur	Notation usuelle	Schéma	Caractéristiques
Poids *(d'un objet sur un astre donné)*	Tout objet ayant une masse *m* au voisinage immédiat d'un astre	$\vec{P}$		Origine : centre d'inertie Direction : verticale Sens : vers le bas *Valeur (en N) :* $P = m \times g$ *(m en kg, g en N.kg^{-1})*
Réaction d'un support	Tout objet posé sur un support (*sol, table,…)*	$\vec{R_N}$		Origine : centre de la surface de contact Direction : perpendiculaire au support Sens : vers le haut *Valeur (en N) :* R_N *(variable selon le poids de l'objet posé sur le support)*
Tension d'un fil	L'objet attaché au fil	$\vec{T}$		Origine : point de contact Direction : celle du fil Sens : vers le fil *Valeur (en N) :* T
Force de **poussée**	L'objet poussé	$\vec{F}$		Origine : point de contact Direction : celle de la poussée Sens : du pousseur vers l'objet *Valeur (en N) :* F
Force de **frottements**	Tout objet se déplaçant sur un support ou dans un fluide	$\vec{f}$		Origine : centre de la surface de contact Direction : celle du mouvement *(tangent à la trajectoire)* Sens : opposé à celui du mouvement *Valeur (en N) :* f *(variable ; augmente avec la vitesse de déplacement)*
Force **gravitationnelle**	Tout objet A ayant une masse m_A, plus ou moins éloigné d'un autre objet B de masse m_B	$\vec{F_{B/A}}$		Origine : centre d'inertie de l'objet A Direction : droite entre les centres des 2 objets Sens : vers l'objet attracteur B *Valeur (en N) :* $F_{B/A} = G\frac{m_A \times m_B}{d^2}$ *(« force de B sur A »)* *(G = constante de gravitation universelle, masses en kg, d distance entre les centres des objets A et B, en m)*
Force **électrique**	Tout objet porteur d'une charge électrique *q* placé dans un champ électrique $\vec{E}$	$\vec{F_E}$		Origine : centre d'inertie de l'objet Direction : celle du vecteur $\vec{E}$ Sens : celui de $\vec{E}$ si q > 0, opposé à $\vec{E}$ si q < 0 *Valeur (en N) :* $F_E = \|q\| \times E$ *(q en C (Coulomb), E en V/m (Volt par mètre))*
Poussée d'Archimède	Tout objet de volume *V* immergé dans un fluide *(liquide ou gaz)* de masse volumique ρ_{fluide}	$\vec{\pi}$		Origine : centre d'inertie de l'objet Direction : verticale Sens : vers le haut Valeur *(en N)* : $\pi = \rho_{fluide} \times V \times g$ *(ρ_{fluide} en kg.m^{-3}, V en m^3 ; g en N.kg^{-1})*

2°- Comment faire un bilan des forces.

1°- Définir le ***système***
2°- Lister les objets du milieu extérieur au système et en ***contact*** avec le système
3°- Lister les ***interactions à distance*** possibles (seulement 3 : électrique, gravitationnelle et magnétiques)
4°- Associer chaque interaction à une action mécanique qui sera modélisée par ***une force***
5°- Chaque force est représentée par un ***vecteur.***

3°- Les 3 lois de la mécanique : Les lois de Newton.

a- La 1ère loi de Newton ou principe d'inertie.

Énoncé
Dans un référentiel donné, le vecteur vitesse d'un système isolé (soumis à aucune force) ou pseudo-isolé (soumis à des forces qui se compensent) est constant et réciproquement.
Dans ce cas le référentiel est dit galiléen.

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{0} \;&\Leftrightarrow\; \vec{v} = \overrightarrow{cste}\\ &\Leftrightarrow\; MRU \text{ ou repos}\end{aligned}}$$

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la 1ère loi de Newton est vérifiée. C'est un référentiel qui est soit immobile soit en MRU par rapport à un autre référentiel galiléen. Un référentiel qui tourne ou accélère, N'EST PAS galiléen.

Le référentiel héliocentrique est considéré comme galiléen par définition.
Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen pour l'étude des mouvements de courte durée. *(Négligeable devant la période de rotation de la Terre sur elle-même : 1 jour)*
Le référentiel géocentrique est considéré comme galiléen *(pour l'étude des mouvements dont les durées permettent de négliger la rotation de la Terre autour du Soleil))*

b- La 2nde loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique.

Rappels de première : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$

Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces extérieures appliquées au système est égale au produit de sa masse par son vecteur accélération.

$$\boxed{\Sigma\vec{F}_{ext} = m.\vec{a}}$$

N kg $m.s^{-2}$

$1N = 1\ kg.m.s^{-2}$

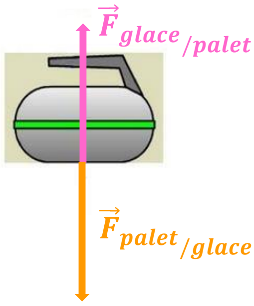
$Dim(F) = [F] = M.L.T^{-2}$

La résultante des forces et l'accélération <u>ont même direction et même sens.</u>
Pour trouver les caractéristiques du vecteur $\vec{a}$ il faut donc additionner les <u>vecteurs</u> de chaque force.

c- La 3ième loi de Newton ou principe des actions réciproques

Soit 2 corps A et B en interaction. Quel que soit l'état de mouvement ou de repos des corps et quel que soit le référentiel (galiléen ou non)

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\ \vec{F}_{B/A}}$$



Aucune information sur le mouvement car ces 2 forces s'exercent sur des systèmes différents.

Ces forces ont donc <u>même direction, même valeur et un sens opposé</u>.

Attention, il s'agit dans ce cas de forces s'exerçant <u>sur 2 systèmes différents</u> !