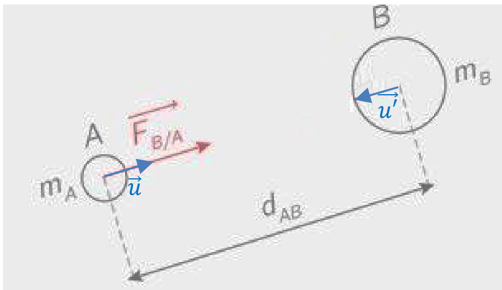
Chap VI : Mouvements dans un champ de gravitation

I- Mouvement des satellites et des planètes

1°- Rappels : Champ et force de gravitation.

***Ressource* : Vidéo V06a**



La force de gravitation est la force qui s'exerce sur un corps de masse m_A placé en un point A dans un champ de gravitation $\vec{\mathscr{G}}(B)$ créé par un corps B de masse m_B.

$\vec{\mathscr{G}}(B) = G.\frac{m_B}{d_{AB}^2}\vec{u}$ est le champ de gravitation crée par le corps B au point A.
G est la constante de gravitation universelle : $\boldsymbol{G = 6{,}67.10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^2}$

$\vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont des vecteurs unitaires. Leur norme vaut 1, ils définissent simplement une direction et un sens compté positivement.

L'expression vectorielle de la force de gravitation exercée sur le corps A dépend du vecteur unitaire choisi :

$$\vec{F}_{B/A} = G.\frac{(m_A.m_B)}{d_{AB}^2}\ \vec{u}$$

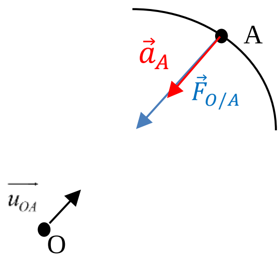
$$\vec{F}_{B/A} = -\ G.\frac{(m_A.m_B)}{d_{AB}^2}\ \vec{u'}$$

2°- Mouvement d'un satellite autour d'un astre.

***Ressource* : Vidéo V06b et V06c**

Description de la situation.

Un satellite A, considéré comme ponctuel, de masse m_A, est en orbite autour d'un astre de centre O et de masse M. On fait l'approximation que son ***orbite est circulaire de rayon r***, et que le référentiel d'étude est galiléen.



- **Étape 1 : Définition du système et choix du référentiel.**

{Satellite A} dans le référentiel astrocentrique, galiléen

- **Étape 2 : Bilan des forces s'exerçant sur le système**

Le système est soumis à la force de gravitation dont l'expression vectorielle est : $\vec{F}_{O/A} = -\ G.\frac{m_A.M}{r^2}\ \vec{u}_{OA}$
Représenter cette force sur le schéma.

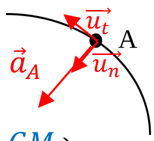
- **Étape 3 : Détermination du vecteur accélération**

D'après la seconde loi de Newton $\Sigma\vec{F}_{ext} = m_A.\vec{a}$
Donc $\vec{F}_{O/A} = -\ G.\frac{(M.m_A)}{r^2}\ \vec{u}_{OA} = m_A.\vec{a}$

On en déduit alors le vecteur accélération suivant $\vec{u}_{OA}$: $\boxed{\vec{a}_A = -\ G.\frac{M}{r^2}\ \vec{u}_{OA}}$ (voir schéma)

L'accélération du satellite est indépendante de sa masse.

- **Étape 4 : Coordonnées et caractéristiques du vecteur accélération.**



Pour l'étude des mouvements circulaires, on utilise plutôt le repère de Frenet, lié au système : $(A; \vec{u}_n; \vec{u}_t)$

Après projection dans le repère de Frenet ci-contre, on obtient pour la situation étudiée $(\vec{u}_{OA} = -\vec{u}_n)$:

$$\overrightarrow{a_A} \begin{cases} a_n = \dfrac{GM}{r^2} \\ a_t = 0 \end{cases}$$

Soit $\vec{a}_A = \frac{GM}{r^2}\,\vec{u}_n + 0\,\vec{u}_t$ *soit* $\vec{a}_A = \frac{GM}{r^2}\,\vec{u}_n$

Le vecteur accélération d'un satellite en orbite circulaire autour d'un astre est radial et centripète et sa valeur est constante.

On sait que pour un mouvement circulaire, ***les coordonnées générales*** du vecteur accélération dans le repère de Frenet sont :

$$\overrightarrow{a_A} \begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{r} \\ a_t = \dfrac{dv}{dt} \end{cases}$$

Soit $\vec{a}_A = \frac{v^2}{r}\,\vec{u}_n + \frac{dv}{dt}\,\vec{u}_t$

Donc par identification avec la situation étudiée, on montre que le mouvement est forcément uniforme :

En effet, $a_t = 0$ et $a_t = \frac{dv}{dt}$ donc on en déduit que $\frac{dv}{dt} = 0$ donc que la vitesse est constante.

Le mouvement d'un satellite en orbite circulaire autour d'un astre est uniforme car $\frac{dv}{dt} = 0$

- **Étape 5 : Expression de la vitesse.**

Pour un mouvement circulaire $\overrightarrow{a_n} = \frac{v^2}{r}\,\overrightarrow{u_n}$

Dans la situation étudiée $\vec{a}_A = \overrightarrow{a_n} = \frac{GM}{r^2}\,\overrightarrow{u_n}$

Par identification on en déduit l'expression de la vitesse du satellite : $\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$

soit

N.kg^{-2}.m^2 kg

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G.M}{r}}}$$

m.s^{-1} m

- **Expression de la période de révolution.**

La période de révolution T_{rev} d'un satellite est la durée qu'il met à parcourir la totalité de son orbite.

La distance parcourue est donc : $d = 2.\pi.r$

La durée correspondante est : $\Delta t = T_{rev}$

Connaissant la vitesse, on en déduit l'expression de ***la période du satellite*** : $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2.\pi.r}{T_{rev}} = \sqrt{\frac{G.M}{r}}$

En mettant au carré on obtient $\frac{4.\pi^2.r^2}{T_{rev}^2} = \frac{G.M}{r}$ soit $T_{rev}^2 = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.M}$

Soit

m

$$\boxed{T_{rev} = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G.M}}}$$

kg

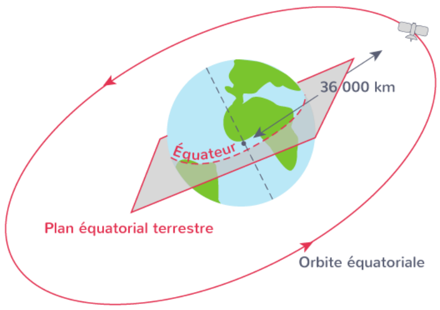
s N.kg^{-2}.m^2

*Rem : La vitesse et la période de révolution d'un satellite sont **indépendantes de sa masse**, mais dépendent de son altitude.*

II. Les satellites géostationnaires

***Ressource* : Vidéo V06e**

Un satellite géostationnaire est un satellite fixe par rapport à un point de la surface de la Terre.



Pour être géostationnaire, le mouvement d'un satellite doit respecter les conditions suivantes :

- avoir une orbite circulaire.
- avoir une orbite située dans le plan équatorial.
- avoir une période de révolution exactement égale à la période de rotation de la Terre. (soit 1 jour sidéral 24 h)

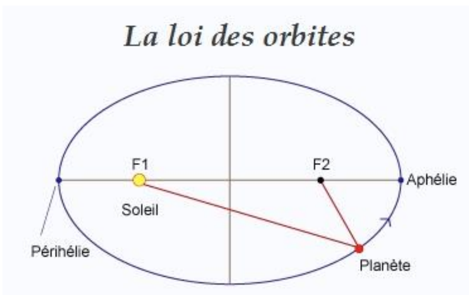
III. Les lois de Kepler

***Ressource* : Vidéo V06e**

Avant que les lois de Newton (1687) n'aient permis d'expliquer le mouvement des satellites, Joseph Kepler avait formulé 3 lois (1609/1618) d'après les simples observations extrêmement précises du mouvement des planètes autour du Soleil qu'avait faites l'un de ses professeurs, Tycho Brahé (1598 catalogue stellaire 1004 étoiles).

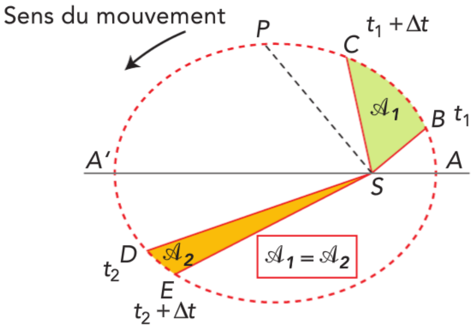
Ces trois lois, empiriques (basées uniquement sur l'expérience), et énoncées dans le référentiel héliocentrique, ***restent vraies dans n'importe quel référentiel astrocentrique*** (référentiel centré sur l'axe attracteur autour duquel tourne le système étudié)

1°- La 1ère Loi de Kepler : La loi des orbites



Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire d'une planète (ou satellite) est une ellipse dont l'un des foyers est le centre du Soleil.

2°- La 2nde Loi de Kepler : La loi des aires



Le segment de droite reliant le centre du Soleil (S) à sa planète (ou satellite) (P) balaie des aires égales pendant des durées égales.

La vitesse d'un satellite est donc d'autant plus grande qu'il est proche de l'astre attracteur.

3°- La 3ième loi de Kepler : Loi des périodes

Pour toutes les planètes et satellites en orbite autour du Soleil, la période de révolution du satellite et le demi-grand axe de son orbite sont liés par la relation :

s

$$\boxed{\frac{T_{rev}^2}{a^3} = K}$$

m $\qquad$ $s^2.m^{-3}$

Cette loi se généralise à tous les satellites d'UN MÊME astre

Grâce aux lois de Newton, on retrouve la constante de la 3ième loi de Kepler pour un mouvement circulaire :

On sait que $T_{rev} = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G.M}}$ *soit* $T_{rev}^2 = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.M}$ *donc*

$$\boxed{\frac{T_{rev}^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M} = K}$$

K ne dépend que de la masse de l'astre autour duquel tourne les planètes considérées.